Problemas de contorno o valores de frontera (PVF)

$x'' = f(t,x,x')$ para $a \le t \le b$
$x(a) = v$ y $x(b) = w$

$\begin{cases} x' = y \\ y' = f(t,x,y) \end{cases}$ falta el valor de $y(a)$

Son EDOs de segundo orden, donde se conocen los valores de la función en los extremos del intervalo.

Ej. : Problemas de deflexión de una viga con los extremos sujetos.

Posible solución: Descomponer en un sistema de dos ecuaciones de valor inicial. El problema es que se desconoce la derivada en el valor inicial

Método del disparo

Si se desconoce el valor inicial, se intenta establecer el valor de la derivada en el punto inicial

- Estimar un valor inicial para $x(a)'$, "*ángulo de disparo*". Si se desconoce el problema como para estimarlo, será un valor arbitrario.

$$d1 = x(a)'^{(1)} = y(a)^{(1)}$$

- Calcular $x(b)^{(1)}$ en el sistema por los métodos clásicos de PVI
- Corregir el "*ángulo de disparo*",

$$d2 = x(a)'^{(2)} = y(a)^{(2)}$$

- Calcular $x(b)^{(2)}$
- Obtener una mejora $d = x(a)'^{(3)}$ mediante interpolación lineal de los $x(b)$ y obtener un nuevo $x(b)^{(3)}$.*(método del disparo lineal)*

$$d3 = d1 + \frac{x(b) - x(b)^{(1)}}{x(b)^{(2)} - x(b)^{(1)}}(d2 - d1) = x(a)'^{(3)} = y(a)^{(3)}$$

- Repetir hasta encontrar una aproximación adecuada de $x(b)^{(i)}$ a w

Ejemplo

$$\begin{cases} y''(x) = y & \text{para } 0<x<1 \\ y(0) = 0 & h = 0.1 \\ y(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y' = z \\ z' = y \end{cases}$$

Aplicando ode45

con un $z(0) = d1 = 1.5$
$y(1)^{(1)} = 1.7628$

Con $z(0) = d2 = 2.5$
$y(1)^{(2)} = 2.9380$

$$d3 = d1 + \frac{y(1) - y(1)^{(1)}}{y(1)^{(2)} - y(1)^{(1)}}(d2 - d1)$$

$$= 1.5 + \frac{2 - 1.7628}{2.9380 - 1.7628}(2.5 - 1.5) = 1.7018$$

Con $z(0) = d3 = 1.7018$
$y(1)^{(3)} = 2$

Var. Independiente — Vector de edo's

```
function dydx = ej(x,y)
dydx = [y(1); y(2)];
```

$y' = z = y(1)$
$z' = y = y(2)$

```
>>[x,y] = ode45(@ej,[0:0.1:1],[1.5; 0]);
>> [x,y] = ode45(@ej,[0:0.1:1],[2.5; 0]
>>[x,y] = ode45(@ej,[0:0.1:1],[1.7018; 0])
```

	y(1)	y(2)	y(1)	y(2)	y(1)	y(2)
x	z	y	z	y	z	y
0	1.5000	0	2.5000	0	1.7018	0
0.1000	1.5075	0.1503	2.5125	0.2504	1.7103	0.1705
0.2000	1.5301	0.3020	2.5502	0.5033	1.7359	0.3426
0.3000	1.5680	0.4568	2.6133	0.7613	1.7790	0.5182
0.4000	1.6216	0.6161	2.7027	1.0269	1.8398	0.6990
0.5000	1.6914	0.7816	2.8191	1.3027	1.9190	0.8868
0.6000	1.7782	0.9550	2.9637	1.5916	2.0174	1.0835
0.7000	1.8828	1.1379	3.1379	1.8965	2.1360	1.2910
0.8000	2.0062	1.3322	3.3436	2.2203	2.2760	1.5114
0.9000	2.1496	1.5398	3.5827	2.5663	2.4388	1.7469
1.0000	2.3146	1.7628	3.8577	2.9380	2.6260	2.0000

Método de las diferencias finitas

Se reemplazan todas las derivadas de primer orden (x') y de segundo orden (x'') por diferencias centralizadas en cada uno de los puntos a calcular,

$$x'(t_j) = \frac{x(t_{j+1}) - x(t_{j-1})}{2h}$$

$$x''(t_j) = \frac{x(t_{j+1}) - 2x(t_j) + x(t_{j-1})}{h^2}$$

obteniéndose un sistema de ecuaciones con incógnitas $x(t_k)$.

Ejemplo

$$\begin{cases} \boxed{y''(x)} = \boxed{y} \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

para $0<x<1$

$h=0.1$

$$\boxed{\frac{y(0.2) - 2y(0.1) + y(0)}{(0.1)^2}} = \boxed{y(0.1)}$$

$$\frac{y(0.3) - 2y(0.2) + y(0.1)}{(0.1)^2} = y(0.2)$$

$$\vdots$$

$$\frac{y(1) - 2y(0.9) + y(0.8)}{(0.1)^2} = y(0.9)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & & & & \\ 1 & -2.01 & 1 & & \\ & 1 & -2.01 & 1 & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} y(0) \\ y(0.1) \\ y(0.2) \\ \vdots \\ y(1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 2 \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow$ Reemplazando

$$\frac{y(x_{j+1}) - 2y(x_j) + y(x_{j-1})}{h^2} = y(x_j)$$

x	y
0	0
0.1000	0.1705
0.2000	0.3427
0.3000	0.5183
0.4000	0.6991
0.5000	0.8869
0.6000	1.0836
0.7000	1.2911
0.8000	1.5115
0.9000	1.7470
1.0000	2.0000

Ecuaciones en derivadas parciales (EDP)

Ecuaciones diferenciales donde aparecen dos o más variables independientes.

Aplicables en distintos tipos de cálculos técnicos

Son probablemente las ecuaciones de mayor interés para la física-matemática y sus aplicaciones en ingeniería. Una de las más conocidas y útiles es la famosa ecuación de Laplace, que apareció por primera vez en la teoría newtoniana de la atracción gravitacional.

También aparecen en las teorías de elasticidad, sonido, luz, calor, electromagnetismo y del movimiento de fluidos.

Básicamente hay tres tipos de problemas que involucran ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden aplicadas en una o más dimensiones.

- Ecuación de calor (o de difusión).
- Ecuación de onda.
- Otros sistemas físicos (Ec. Laplace, Ec. Poisson).

Para dos variables independientes, tales ecuaciones pueden expresarse en forma general como:

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D = 0$$

Si $B^2 - 4AC < 0$ **Elíptica**: Ecuación de Laplace

Si $B^2 - 4AC = 0$ **Parabólica**: Ecuación de calor

Si $B^2 - 4AC > 0$ **Hiperbólica**: Ecuación de onda

Método de las diferencias finitas

Método de las diferencias finitas centradas para *x'* :

$$x'(t_j) = \frac{x(t_{j+1}) - x(t_{j-1})}{2h}$$

Método de las diferencias finitas hacia adelante para *x'*

$$x'(t_j) = \frac{x(t_{j+1}) - x(t_j)}{h}$$

Método de las diferencias finitas hacia atrás para *x'*

$$x'(t_j) = \frac{x(t_j) - x(t_{j-1})}{h}$$

Método de las diferencias finitas para *x''* :

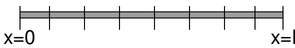
$$x''(t_j) = \frac{x(t_{j+1}) - 2x(t_j) + x(t_{j-1})}{h^2}$$

Parabólica: Ecuación del calor o de difusión

Variable de tiempo con una dimensión espacial

Ej.: Flujo de calor en un alambre aislado.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \begin{cases} T(x,t)\text{: Temperatura del material} \\ x\text{: Distancia} \quad 0< x_i < L; \ \mathbf{i=0,1,\dots,n;\ h_x=x_i-x_{i-1}} \\ t\text{: Tiempo} \quad t_j > 0, \quad \mathbf{j=0,1,\dots,m;\ h_t=t_j-t_{j-1}} \\ K\text{: Coef. de conductividad} \end{cases}$$



Se conoce t_0, $T(x_i, t_0)$, $T(0, t_j)$ y $T(L, t_j)$

$$x'(t_j) = \frac{x(t_{j+1}) - x(t_j)}{h} \qquad \left(\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{h_t}\right) = K\left(\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h_x^{\,2}}\right)$$

$$x''(t_j) = \frac{x(t_{j+1}) - 2x(t_j) + x(t_{j-1})}{h^2} \qquad T_{i,j+1} = T_{i,j} + K\frac{h_t}{h_x^2}(T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j})$$

(Dif. hacia delante)

Método explícito: Para cada *i* y cada *j*

Inestable si $K\frac{h_t}{h_x^2} > \frac{1}{2}$

Método implícito: Aplicando diferencias hacia atrás

$$\left(\frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{h_t}\right) = K\left(\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h_x^{\,2}}\right)$$

$$T_{i,j-1} = \left(1 + 2K\frac{h_t}{h_x^2}\right)T_{i,j} - K\frac{h_t}{h_x^2}(T_{i+1,j} + T_{i-1,j})$$

$si \quad a = K\frac{h_t}{h_x^2}$ Comenzando desde *i, j*

$$\boxed{-aT_{i+1,j+1} + (1+2a)T_{i,j+1} - aT_{i-1,j+1} = T_{i,j}}$$

$$\begin{bmatrix} 1+2a & -a & 0 & \cdots & 0 \\ -a & 1+2a & -a & \cdots & 0 \\ 0 & -a & 1+2a & -a & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & -a & 1+2a \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{1,j+1} \\ T_{2,j+1} \\ T_{3,j+1} \\ \vdots \\ T_{n-1,j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{1,j} + aT_{0,j} \\ T_{2,j} \\ T_{3,j} \\ \vdots \\ T_{n-1,j} + aT_{n,j} \end{bmatrix}$$

Para cada *j*

Ejemplo

Una pared de 0.2m de espesor se encuentra inicialmente a 100ºC. Su tasa de transferencia de calor es de 5.10^{-7} m²/s. Si la temperatura en ambas superficies se baja repentinamente a 20ºC y se mantiene constante. Cuál es la variación a través de la pared en intervalos de 440s? (10 intervalos en *x* y 10 en *t*)

$a = K\frac{h_t}{h_x^2}$, $h_t = 440$, $h_x = 0.2/10 = 0.02$

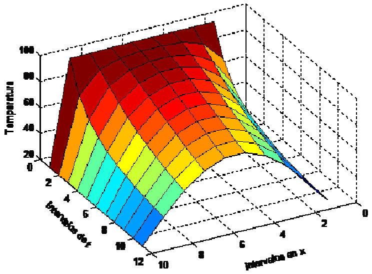
a = 5*10^-7* 440/ 0.02^2 = 0.55, 1+2**a* = 2.1

$$t_1 : \begin{bmatrix} 2.1 & -0.55 & & & \\ -0.55 & 2.1 & -0.55 & & \\ & -0.55 & 2.1 & -0.55 & \\ & & & \ddots & \\ & & & -0.55 & 2.1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{1,j+1} \\ T_{2,j+1} \\ T_{3,j+1} \\ \vdots \\ T_{n-1,j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 + 20 * .55 \\ 100 \\ 100 \\ \vdots \\ 100 + 20 * .55 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} T_{1,j+1} \\ T_{2,j+1} \\ T_{3,j+1} \\ \vdots \\ T_{n-1,j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 77.3682 \\ 93.5877 \\ 98.1485 \\ \vdots \\ 77.3682 \end{bmatrix}$$

$$t_2 : \begin{bmatrix} 2.1 & -0.55 & & & \\ -0.55 & 2.1 & -0.55 & & \\ & -0.55 & 2.1 & -0.55 & \\ & & & \ddots & \\ & & & -0.55 & 2.1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{1,j+2} \\ T_{2,j+2} \\ T_{3,j+2} \\ \vdots \\ T_{n-1,j+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 77.3682 + 20 * .55 \\ 93.5877 \\ 98.1485 \\ \vdots \\ 77.3682 + 20 * .55 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} T_{1,j+2} \\ T_{2,j+2} \\ T_{3,j+2} \\ \vdots \\ T_{n-1,j+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64.7051 \\ 86.3865 \\ 94.9749 \\ \vdots \\ 64.7051 \end{bmatrix}$$

Método implícito

t_0	20	100	100	100	100	100	100	100	100	20
t_1	20	77.3682	93.5877	98.1485	99.3430	99.3430	98.1485	93.5877	77.3682	20
t_2	20	64.7051	86.3865	94.9749	97.7930	97.7930	94.9749	86.3865	64.7051	20
t_3	20	56.9857	79.9359	91.1575	95.4385	95.4385	91.1575	79.9359	56.9857	20
t_4	20	51.8792	74.4739	87.1378	92.4931	92.4931	87.1378	74.4739	51.8792	20
t_5	20	48.2435	69.8767	83.1515	89.1783	89.1783	83.1515	69.8767	48.2435	20
t_6	20	45.4863	65.9594	79.3102	85.6767	85.6767	79.3102	65.9594	45.4863	20
t_7	20	43.2833	62.5611	75.6600	82.1224	82.1224	75.6600	62.5611	43.2833	20
t_8	20	41.4482	59.5600	72.2152	78.6069	78.6069	72.2152	59.5600	41.4482	20
t_9	20	39.8695	56.8687	68.9747	75.1891	75.1891	68.9747	56.8687	39.8695	20
t_{10}	20	38.4779	54.4257	65.9315	71.9041	71.9041	65.9315	54.4257	38.4779	20



En el caso de emplear dos dimensiones

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)$$

En el caso de emplear tres dimensiones

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$$

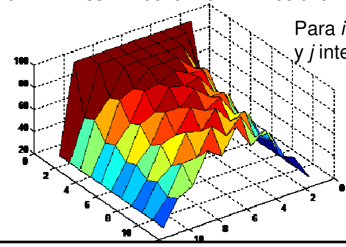
Método explícito: Para cada i y cada j

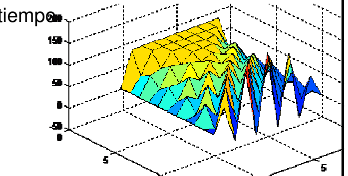
Inestable si $a = K\frac{h_t}{h_x^2} > 0.5$, $a = 0.55$

$$T_{i,j+1} = T_{i,j} + K\frac{h_t}{h_x^2}(T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j})$$

t_0	20	100	100	100	100	100	100	100	100	20
t_1	20	56.0000	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000	56.0000	20
t_2	20	60.4000	75.8000	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000	75.8000	60.4000	20
t_3	20	46.6500	80.6400	86.6900	100.0000	100.0000	86.6900	80.6400	46.6500	20
t_4	20	50.6870	65.2730	90.6830	92.6795	100.0000	92.6795	90.6830	65.2730	50.6870	20
t_5	20	41.8314	71.2262	77.8056	95.6077	91.9474	95.6077	77.8056	71.2262	41.8314	20
t_6	20	45.9913	58.6777	83.9781	83.8034	95.9737	83.8034	83.9781	58.6777	45.9913	20
t_7	20	38.6736	65.6154	69.9668	90.5932	82.5864	90.5932	69.9668	65.6154	38.6736	20
t_8	20	43.2211	53.1907	78.9180	74.8449	91.3938	74.8449	78.9180	53.1907	43.2211	20
t_9	20	35.9328	61.8574	62.5278	86.1870	73.1900	86.1870	62.5278	61.8574	35.9328	20
t_{10}	20	41.4283	47.9676	75.1717	66.0261	87.4867	66.0261	75.1717	47.9676	41.4283	20

Para i intervalo de distancia y j intervalo de tiempo





Si h_t=500, a=0.625

Hiperbólica: Ecuación de onda (variable de tiempo con una dimensión espacial).

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

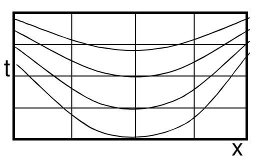
- c: Coeficiente de velocidad de propagación
- Se conocen t_0, $y(x,t_0)$, $y(0,t_j)$, $y(L,t_j)$, $y'(x,t_0)$
- $U_i = y(x_i,t_0)$ y $V_i = dy(x_i,t_0)/dt$ para i=0,1,…

$$c^2\left(\frac{y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j}}{h^2}\right) = \left(\frac{y_{i,j+1} - 2y_{i,j} + y_{i,j-1}}{k^2}\right)$$

$$\underbrace{\frac{c^2k^2}{h^2}}_{a}(y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j}) - (y_{i,j+1} - 2y_{i,j} + y_{i,j-1}) = 0$$

(1) $$y_{i,j+1} = a(\underbrace{y_{i-1,j}}_{U_{i-1}} + \underbrace{y_{i+1,j}}_{U_{i+1}}) + 2(1-a)\underbrace{y_{i,j}}_{U_i} - y_{i,j-1}$$

(2) $$\boxed{\begin{aligned} y_{i,1} &= a(U_{i-1} + U_{i+1}) + 2(1-a)U_i - y_{i,1} + 2kV_i \\ y_{i,1} &= \frac{a}{2}(U_{i-1} + U_{i+1}) + (1-a)U_i + kV_i \end{aligned}}$$



Se conoce

$dy(x_i,t_0)/dt = y'(x_i,t_0) = V_i$

$V_i = (y(x_i,t_{j+1}) - y(x_i,t_{j-1}))/2k$

$-y(x_i,t_{j-1}) = -y(x_i,t_{j+1}) + 2kV_i$

(2) Se aplica sólo para t_1, en el resto de los casos (t_2,…,t_n) se aplica (1)

Ejemplo

$$y_{i,1} = \frac{a}{2}(U_{i-1} + U_{i+1}) + (1-a)U_i + kV_i$$

$$y_{i,j+1} = a(U_{i-1} + U_{i+1}) + 2(1-a)U_i - y_{i,j-1}$$

Ej.:Vibración de una cuerda atada en los extremos.

- Posición inicial de la cuerda: $y(x,0) = \text{sen}(\pi x)$, $0<x<1$
- Velocidad inicial: $y'(x,0) = 2\pi\,\text{sen}(2\pi x)$, $0<x<1$
- Valor en los extremos: $y(0,t) = 0$, $y(1,t) = 0$
- C^2=1, L=1, t=1 con k=0.01. Con 10 intervalos en del largo de la cuerda, h=0.1

	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
U_i	sen(πx)	0.309	0.587	0.809	0.951	1	0.951	0.809	0.587	0.309
V_i	2π sen(2πx)	3.693	5.976	5.976	3.693	0	-3.693	-5.976	-5.976	-3.693
	$y_{i,1}$	0.346	0.647	0.868	0.988	1	0.914	0.749	0.528	0.272

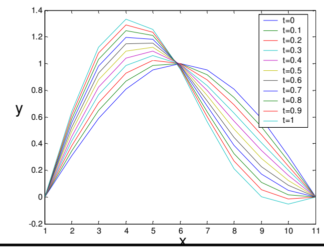
$$a = \frac{c^2k^2}{h^2} = 0.01$$

$$2\left(1 - \frac{c^2k^2}{h^2}\right) = 1.98$$

$$\begin{bmatrix} 1.98 & 0.01 & 0 & \cdots & 0 \\ 0.01 & 1.98 & 0.01 & \cdots & 0 \\ 0 & 0.01 & 1.98 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0.01 & 1.98 \end{bmatrix} * \underbrace{\begin{bmatrix} 0.346 \\ 0.647 \\ 0.868 \\ \vdots \\ 0.272 \end{bmatrix}}_{y_{1,1}} - \underbrace{\begin{bmatrix} 0.309 \\ 0.587 \\ 0.809 \\ \vdots \\ 0.309 \end{bmatrix}}_{y_{1,0}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.3825 \\ 0.7062 \\ 0.9260 \\ \vdots \\ 0.2348 \end{bmatrix}}_{y_{1,2}}$$

x

t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0	0.3090	0.5878	0.8090	0.9511	1.0000	0.9511	0.8090	0.5878	0.3090	0
0.1	0	0.3458	0.6473	0.8684	0.9875	0.9995	0.9137	0.7489	0.5277	0.2719	0
0.2	0	0.3821	0.7059	0.9267	1.0229	0.9980	0.8755	0.6881	0.4673	0.2347	0
0.3	0	0.4179	0.7636	0.9838	1.0571	0.9956	0.8366	0.6271	0.4068	0.1974	0
0.4	0	0.4529	0.8199	1.0394	1.0899	0.9922	0.7973	0.5659	0.3464	0.1603	0
0.5	0	0.4871	0.8748	1.0934	1.1213	0.9878	0.7576	0.5049	0.2864	0.1234	0
0.6	0	0.5203	0.9281	1.1454	1.1510	0.9824	0.7177	0.4442	0.2269	0.0869	0
0.7	0	0.5523	0.9794	1.1953	1.1790	0.9761	0.6776	0.3841	0.1681	0.0509	0
0.8	0	0.5831	1.0286	1.2429	1.2052	0.9688	0.6377	0.3247	0.1104	0.0156	0
0.9	0	0.6126	1.0755	1.2880	1.2293	0.9606	0.5979	0.2663	0.0538	-0.0189	0
1	0	0.6405	1.1198	1.3303	1.2513	0.9515	0.5584	0.2091	-0.0013	-0.0524	0



Elíptica: Distribución de temperatura en un plano.

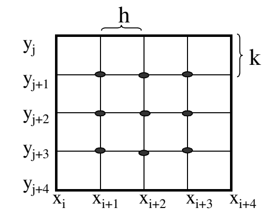
Ej.:Ecuación de Laplace.
En estado estable con dos dimensiones espaciales.

$$\nabla^2 z = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

Si h=k

$$\left(\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h^2}\right) + \left(\frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{h^2}\right) = 0$$

$$\left(T_{i+1,j} - 4T_{i,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1}\right)/h^2 = 0$$



Aplicable a 3 dimensiones $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$

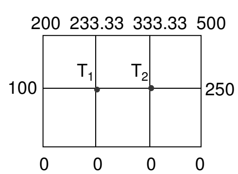
Ecuación de Poisson: $\nabla^2 z = F(x,y)$

Ecuación de Helmholtz: $\nabla^2 z + G(x,y)z = F(x,y)$

Ejemplo

Determinar la distribución de temperatura en un plano, sujeto a la siguientes temperaturas en sus bordes:

x=0: T=100y; x=3: T=250y; y=0: T=0; y=2: T=200 + (100/3) x^2



$$\left(T_{i+1,j} - 4T_{i,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1}\right)/h^2 = 0$$

$$(T_2 - 4T_1 + 100 + 233.33 + 0)/h^2 = 0$$

$$(250 - 4T_2 + T_1 + 333.33 + 0)/h^2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -333.33 \\ -583.33 \end{bmatrix}$$

$T_1 = 127.78$ y $T_2 = 177.78$

Comados Matlab

Pdepe EDP parabolicas y elipticas

sol = pdepe(m,pdefun,icfun,bcfun,xmesh,tspan,options,p1,p2...)

- **m** Simetría del problema. m puede ser: 0=plano, 1=cilindro, o 2=esfera.
- **pdefun** Función del EDP.
- **icfun** Función para las condiciones iniciales.
- **bcfun** Función para las condiciones de frontera.
- **xmesh** Vector [x0, x1, ..., xn] con los puntos en los cuales son requeridos los valores.
- **tspan V**ector [t0, t1, ..., tf] con los tiempos requeridos
- **options** ver odeset.
- **p1,p2,...** Parameters opcionales para pdefun, icfun y bcfun